

Übungsklausur Geometrie 1 (Geier)

Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

- 1) Gegeben sind die Geraden g und h:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad h: \vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

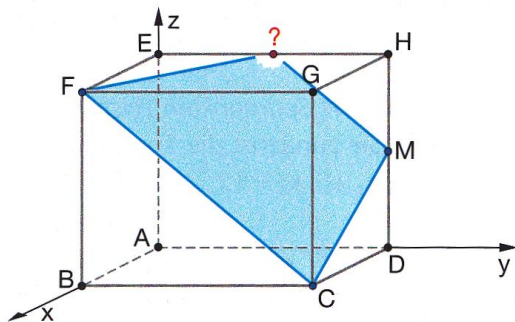
- a) Liegt der Punkt P(3|7|2) auf g?
b) Welche Lage haben g und h zueinander?

(3VP)

- 2) Ein Quader hat die Kantenlängen $|\overline{AB}| = 6$, $|\overline{AD}| = 5$ und $|\overline{AE}| = 4$.

M ist der Mittelpunkt der Kante DH.

Die eingezeichnete Ebene enthält die Punkte F, C und M.



- a) Bestimme eine Ebenengleichung in Parameterform.
b) Entscheide mit Hilfe der Ebenengleichung in Parameterform, ob der Mittelpunkt der Kante $\overline{EH}$ in der Ebene liegt.

(4VP)

- 3) Die Punkte A(1|0|1), B(7|0|1) und C(4|0|5) liegen in einer Ebene E.

- a) Die Punkte ABC bilden ein Dreieck. Prüfe, ob das Dreieck gleichschenkelig ist.
b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

(4VP)

- 4) a) Bestimme die Schnittgerade der Ebenen $E: 4x_1 + 8x_3 = 8$ und $F: x_1 + x_2 + x_3 = 2$.

- b) Stelle die beiden Ebenen und die Schnittgerade in einem Koordinatensystem dar. (4VP)

Übungsklausur Geometrie 1 (Geier)

Wahlteil (mit WTR und Merkhilfe)

Ein Geier kreist über einem Feld und erspät eine Maus auf dem Boden (x_1x_2 -Ebene).

Er fliegt von $A(39|3|36)$ aus geradlinig in Richtung $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ auf die sitzende Maus zu. (1LE entspricht 10m)



- a) (1) Gib eine Geradengleichung für die Flugbahn des Geiers an.
 (2) Ermittle die Koordinaten des Punktes M, in dem sich die Maus befindet.
 (3) Vom Punkt A aus erreicht der Geier die Maus in 10 Sekunden.
 Bestimme seine Geschwindigkeit.

(4VP)

- b) Nach dem Schmaus der Maus erhebt sich der Geier wieder in die Lüfte und gleitet geradlinig in der Morgensonne über einer Nebelschwade. Er befindet sich im Punkt $P_0(-28|40|20,1)$ und eine Sekunde später in $P_1(-28,2|40,1|20)$. Im selben Zeitraum fliegt ein Mauersegler im Nebel von $Q_0(8|-6|10)$ nach $Q_1(6,4|-4,4|10,1)$.



- (1) Gib für die Flugbahnen der beiden Vögel je eine Geradengleichung an.
 (2) Welcher Vogel befindet sich im Sinkflug? Begründe.

Die obere Grenze der Nebelschwade verläuft in einer Ebene, die durch die drei Punkte $A(0|0|8)$, $B(1|1|8)$ und $C(80|0|0)$ geht.

- (3) Berechne eine Koordinatengleichung für die Ebene E.
 (Ergebnis: $E: x_1 - x_2 + 10x_3 = 80$)
 (4) Berechne, nach welcher Zeit und in welchem Punkt S der Mauersegler den Nebel verlässt.
 (Ergebnis: $S(-16,8|18,8|11,6)$)

(7VP)

- c) Der Geier erspät den Mauersegler im Punkt S und schlägt sofort einen Haken in Richtung auf seine neue Beute.

- (1) In welchem Punkt R befindet sich der Geier bei seiner Richtungsänderung und wie weit sind Geier und Mauersegler dann voneinander entfernt?
 (2) Im gleichen Moment flieht der Mauersegler auf derselben Geraden auf der sich der Geier nähert zurück in die Nebelschwade.
 Der Geier fliegt mit der Geschwindigkeit von 40 m/s und der Mauersegler mit 20 m/s. Nach welcher Zeit packt der Geier den Mauersegler?

(4VP)

Übungsklausur Geometrie 1 (Geier)

Lösungen Pflichtteil:

$$1) \quad a) \quad \left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} && \rightarrow t = 3 \\ && \rightarrow t = 3 \\ && \rightarrow \text{kein } t \text{ möglich} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P \text{ liegt nicht auf } g \quad (1P)$$

$$b) \text{ Richtungsvektoren sind linear unabhängig, denn } \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{aligned} &\rightarrow \text{kein } k \text{ möglich} \\ &\rightarrow k = 2 \\ &\rightarrow k = 0 \end{aligned} \quad (1P)$$

Schnittpunkt?

$$\left. \begin{aligned} (I) \quad t &= 0 \\ (II) \quad 1 + 2t &= s \\ (III) \quad 1 &= s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Aus (I) und (III): } t = 0, s = 1 \text{ in (II): } 1 + 2 \cdot 0 = 1 \vee \Rightarrow \boxed{S(0|1|1)} \quad (1P) \quad \mathbf{3P}$$

$$2) \quad a) F(6|0|4), C(6|5|0), M(0|5|2) \quad (1P)$$

$$E_{CFM}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (1P)$$

$$b) \text{ Mitte zwischen EH: } (0|2,5|4)$$

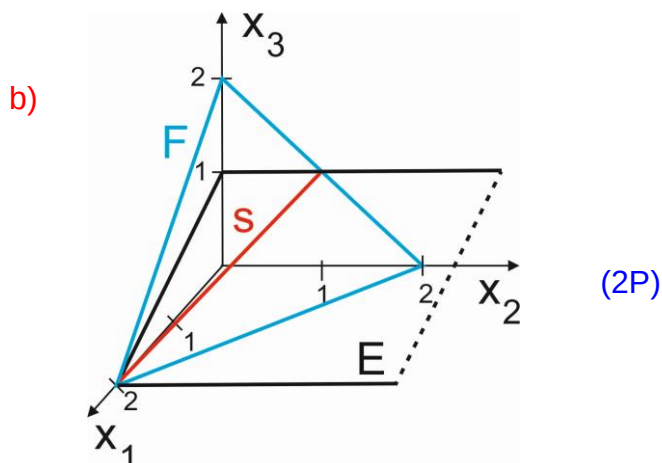
$$\left. \begin{aligned} \begin{pmatrix} 0 \\ 2,5 \\ 4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} && \Rightarrow t = 1 \\ && \Rightarrow s = 0,5 \end{aligned} \right\} \text{in (III) } 4 = 0,5 \cdot 4 + 1 \cdot 2 \vee \Rightarrow \text{Mitte liegt in } E \quad (2P) \quad \mathbf{4P}$$

$$3) \quad a) \quad \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (1P) \quad |\overrightarrow{AB}| = 6; |\overrightarrow{BC}| = 5; |\overrightarrow{AC}| = 5 \Rightarrow \text{Gleichschenkliges D.} \quad (1P)$$

$$b) \text{ Höhe: } h^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow h = 4 \quad (1P)$$

$$A = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}| \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = \boxed{12} \quad (1P) \quad \mathbf{4P}$$

$$4) \quad a) \text{ Wähle } x_3 = t \Rightarrow x_1 = 2 - 2t \Rightarrow x_2 = t \Rightarrow s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2P)$$



4P

Summe: 15 Punkte

Übungsklausur Geometrie 1 (Geier)

Lösungen Wahlteil:

a) (1) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 39 \\ 3 \\ 36 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -6 \end{pmatrix}$ (1P)

(2) Schnitt von g mit $E_{\text{Boden}}: x_3 = 0: x_3 = 36 - 6t = 0 \Leftrightarrow t = 6 \Rightarrow M(45 | -15 | 0)$ (1,5P)

(3) $\overline{AM} = \sqrt{(45 - 39)^2 + (-15 - 3)^2 + (36 - 0)^2} = \sqrt{1656} \approx 40,70$.

Wegen der LE 10 m legt der Geier in 10 s also ca. 407 m zurück.

Seine Geschwindigkeit ist also $\boxed{40,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \left(= 146,52 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)$ (1,5P)

4P

b) (1) $g_{P_0P_1}: \vec{x} = \begin{pmatrix} -28 \\ 40 \\ 20,1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -0,2 \\ 0,1 \\ -0,1 \end{pmatrix}$ (1P) $m_{Q_0Q_1}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1,6 \\ 1,6 \\ 0,1 \end{pmatrix}$ (1P)

(2) Der Geier befindet sich im Sinkflug, da die x_3 -Koordinate des Richtungsvektors negativ ist. (1P)

(3) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 80 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} -8 \\ 8 \\ -80 \end{pmatrix} \quad \vec{n}^* = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix}$

Ansatz: $x_1 - x_2 + 10x_3 = b \Rightarrow b = 80 \Rightarrow E: x_1 - x_2 + 10x_3 = 80$ (2P)

(4) Schneiden von m mit E durch Einsetzen:

$8 - 1,6t - (-6 + 1,6t) + 100 + t - 80 = 0 \Leftrightarrow -2,2t + 34 = 0 \Rightarrow t \approx 15,5$ nach 15,5s (1P)

$t = 15,5$ in m: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 8 - 15,5 \cdot 1,6 \\ -6 + 15,5 \cdot 1,6 \\ 10 + 15,5 \cdot 0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16,8 \\ 18,8 \\ 11,6 \end{pmatrix}$ also $S(-16,8 | 18,8 | 11,6)$ (1P)

7P

c) (1) $t = 15,5$ in g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -28 - 15,5 \cdot 0,2 \\ 40 + 15,5 \cdot 0,1 \\ 20,1 - 15,5 \cdot 0,1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -31,1 \\ 41,6 \\ 18,6 \end{pmatrix}$ also $R(-31,1 | 41,6 | 18,6)$ (1P)

$\overline{SR} = \sqrt{(-31,1 + 16,8)^2 + (41,6 - 18,8)^2 + (18,6 - 11,6)^2} = \sqrt{773,33} \approx 27,8$

Geier und Mauersegler sind also $27,8 \cdot 10 = \boxed{278\text{m}}$ voneinander entfernt. (1P)

(2) Es muss gelten: $278 + 20t = 40t \quad t = 13,9$

$\Rightarrow$ Nach 13,9s packt der Geier den Mauersegler. (2P)

4P

Summe: 15 Punkte